

1.7.4 Zápisy pomocí výrazů II

Předpoklady: 010703

Pedagogická poznámka: Postup je opět přizpůsoben těm pomalejším. Rychlejší řeší příklady ze sbírky.

Př. 1: Petrovi je p let. Urči výrazem, kolik let je nyní ostatním členům rodiny pokud:

- a) bratr je o polovinu mladší než Petr,
- b) Petr je o tři roky starší než sestra,
- c) tatínek byl před třemi lety třikrát starší než Petr,
- d) maminka bude za dva roky dvakrát starší než Petr.

a) bratr je o polovinu mladší než Petr

$$p - \frac{p}{2} = \frac{p}{2}$$

b) Petr je o tři roky starší než sestra

Pozor! Vycházíme z věku Petra, musíme větu přeformulovat $\Rightarrow$ sestra je o tři roky mladší $\Rightarrow$
 $p - 3$

c) tatínek byl před třemi lety třikrát starší než Petr

Postupně:

- Petr před třemi roky: $p - 3$.
- Otec před třemi roky: $3(p - 3)$.
- Otec dnes: $3(p - 3) + 3$.

d) maminka bude za dva roky dvakrát starší než Petr

Postupně:

- Petr za dva roky: $p + 2$.
- Maminka za dva roky: $2(p + 2)$.
- Maminka dnes: $2(p + 2) - 2$.

Pedagogická poznámka: V příkladu (na rozdíl od posledního příkladu z minulé hodiny) by studenti měli sestavovat výrazy bez použití rovností. Pokud je pro ně zápis rovností nezbytný, nezakazují ho, ale snažím se je přesvědčit, aby zkusili psát výrazy rovnou.

První chyby se objevují v bodě b) (právě kvůli obrácené formulaci vztahu). Velká většina studentů pak ztroskotá na bodě c). Proto po jeho společné opravě na tabuli nechávám chvíli na opravu bodu d), který už většina studentů vypracuje správně.

Př. 2: V automobilové továrně vyrobí za hodinu n automobilů. Továrna je spuštěna šest dní v týdnu na dvě osmihodinové pracovní směny. O kolik automobilů se sníží týdenní produkce továrny, když se bude vyrábět pouze pět dní v týdnu při dvou sedmi hodinových směnách? O kolik procent se produkce snížila?

Snížení produkce = původní produkce – nová produkce.

Původní produkce: počet aut za den $\cdot$ počet dní $= 2 \cdot 8 \cdot n \cdot 6 = 96n$.

Snížená produkce: počet aut za den $\cdot$ počet dní $= 2 \cdot 7 \cdot n \cdot 5 = 70n$.

Snížení produkce: $96n - 70n = 26n$.

$$\begin{array}{rcll} \text{Původní produkce} & 100 \% & \dots & 96n \\ & x\% & \dots & 26n \\ \Rightarrow \frac{x}{26n} = \frac{100}{96n} & \Rightarrow x = 100 \cdot \frac{26n}{96n} = 100 \cdot \frac{13}{48} \doteq 27,1\% \end{array}$$

Týdenní produkce se snížila o $26n$ automobilů, tedy o 27,1 %.

Pedagogická poznámka: Před řešením příkladu diskutujeme o tom, zda procento snížení produkce vyjde jako číslo nebo výraz obsahující proměnnou.

Př. 3: Mezi p osob se má stejným dílem rozdělit k Kč. Napiš výraz, který udává, o kolik se zmenší částka pro každou osobu, vzroste-li počet osob o r a částka se sníží o 10 %.

Postupujeme pomalu, ve výrazech používáme slova, která postupně nahrazujeme písmeny.
zmenšení částky na jednoho = původní částka na jednoho – nová částka na jednoho

$$\text{původní částka na jednoho} = \frac{\text{původní peníze}}{\text{původní počet lidí}} = \frac{k}{p}$$

$$\text{nová částka na jednoho} = \frac{\text{nové peníze}}{\text{nový počet lidí}}$$

$$\text{nové peníze} = \text{původní peníze} - 10\% \text{ původních peněz} = k - \frac{10}{100}k = 0,9k$$

$$\text{nový počet lidí} = \text{původní počet lidí} + \text{ti, co přibyli} = p + r$$

$$\text{Začneme dosazovat: nová částka na jednoho} = \frac{\text{nové peníze}}{\text{nový počet lidí}} = \frac{0,9k}{p+r} \Rightarrow$$

$$\text{zmenšení částky na jednoho} = \frac{k}{p} - \frac{0,9k}{p+r}.$$

Př. 4: V továrně pracuje n výrobních linek, které během dvou směn vyrobí za den celkem k rolí toaletního papíru. Kolik rolí vyrobí jedna linka za jednu směnu? Kolikrát se zvýší denní výroba papíru, když se počet linek zvýší o 40 % a továrna přejde na třísměnný provoz.

$$\begin{array}{rcll} n \text{ linek za 2 směny} & \dots & k \text{ rolí} \\ 1 \text{ linka za 1 směnu} & \dots & \frac{k}{2n} \text{ rolí} \end{array}$$

$$\text{Nový počet linek} \quad n + \frac{40}{100}n = 1,4n.$$

$$\begin{aligned} \text{Nový počet rolí za den} &= \text{počet linek} \cdot \text{počet směn} \cdot \text{počet rolí z jedné linky za jednu směnu} \\ 1,4n \cdot 3 \cdot \frac{k}{2n} &= 2,1k. \end{aligned}$$

Kolikrát se zvětšila výroba: $\frac{\text{nový počet rolí za den}}{\text{starý počet rolí za den}} = \frac{2,1k}{k} = 2,1.$

Denní výroba se zvětšila 2,1krát.

Př. 5: Sbíрка příklad 6 a dále.

Shrnutí: Při sestavování výrazů je nutné postupovat pomalu, po malých, jasných krocích. Můžeme si pomáhat slovním popisem.